

Préparation de leçon : séance 1

BRANCHE : Mathématiques / Les solides et les figures

SUJET : Faisceaux de traits (repérer des alignements).

PÉRIODES : 3 x 50 min.

OBJECTIFS : A la fin de l'activité, chaque élève sera capable de (d')...

- analyser une configuration plane non usuelle en vue de la reproduire ;
- employer des relations d'incidence comme l'appartenance d'un point à un segment, l'appartenance d'un point à deux segments – intersection – ou l'alignement, comme outils de reproduction de dessin-figure et comprendre que ces relations peuvent suffire, c'est-à-dire que l'on peut se passer de relations sur les longueurs ;
- mettre en place une chronologie d'actions (de tracés) pertinente ;
- apprendre à faire des tracés précis ;
- sur base de la chronologie adoptée, remarquer que la construction de certains objets peut dépendre de la construction d'autres objets (intermédiaires).

COMPÉTENCES :

- Les solides et les figures

M 32 : Tracer des figures simples.

M 38 : Dans un contexte de pliage, de découpage, de pavage et de reproduction de dessins, relever la présence de régularités.

MATÉRIEL :

- Présentation ppt des exercices 1 et 2.
- Points des exercices 1 et 2 sous GeoGebra pour la phase collective à projeter sur TBI.
- 5 transparents avec les points de l'objet à reproduire pour projeter et tracer lors de la phase collective (prévoir une latte pour les tracés sur transparent et un bic pour transparents).
- Calques avec l'objet 1 à reproduire pour que les élèves puissent vérifier leur production.
- 1 transparent avec l'objet à reproduire (reproduction 2) en 1 exemplaire pour projeter.
- 5 transparents avec les points de l'objet à reproduire pour projeter et tracer lors de la phase collective.
- Calques avec l'objet 2 à reproduire pour que les élèves puissent vérifier leur production.
- Un règle plastifiée par enfant.

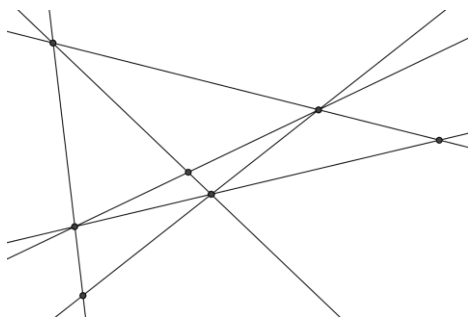
INFORMATIONS PRÉLIMINIAIRES :

Description rapide :

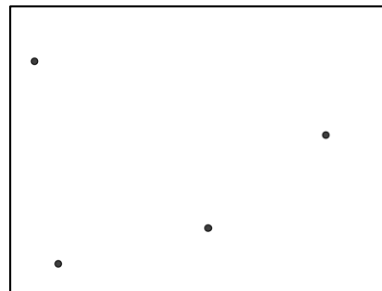
Le problème consiste ici à donner à l'élève une configuration de traits sécants sur une première feuille ainsi que, sur une seconde feuille, le début de la reproduction de cette configuration par certains points d'intersection des traits : l'élève doit terminer la reproduction.

Problème :

Etant donné un objet graphique (faisceau de traits) comme ci-dessous :



et le début de sa reproduction comme ci-contre :
terminer la reproduction.



Variables :

L'objet à reproduire

Il ne s'agit pas d'un objet usuel (comme les cercles, les carrés ou les rectangles) ni, non plus, d'une composition de tels objets. L'élève ne dispose donc pas de relations comme le parallélisme ou la perpendicularité pour les reproduire : ce sont essentiellement les relations d'incidence et l'alignement qui sont des outils de solution appropriés.

L'orientation de la reproduction par rapport à la figure d'origine

C'est la même afin de faciliter l'interprétation du début de la reproduction sur la seconde feuille et la bonne identification des points donnés.

Le type d'environnement

Le choix est fait a priori de résoudre les problèmes dans l'environnement papier-crayon.

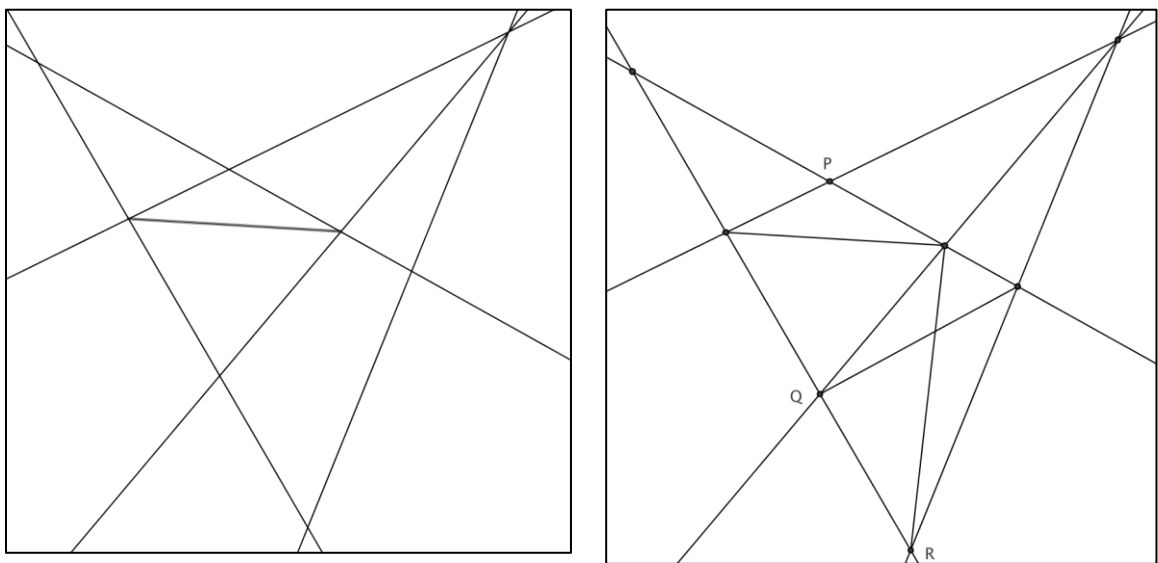
Les outils disponibles

Principalement la règle informable.

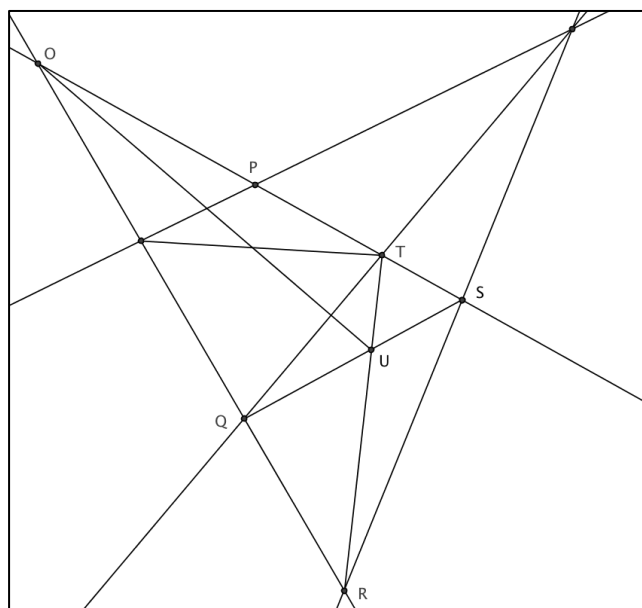
Un seul élément change au cours de la situation, ce que nous appelons le « **degré de proximité** » de la figure à reproduire par rapport aux objets donnés :

- soit sa valeur est 1, c'est-à-dire que tous les objets à reproduire de la figure (points ou traits) peuvent l'être directement à partir des éléments donnés de la reproduction : la figure est alors relativement aisée à reproduire. C'est le cas du problème 1 : en joignant les points donnés deux par deux, on obtient la configuration complète ; il reste juste à marquer les derniers points comme intersection des droites construites.

- soit sa valeur est supérieure à 1, c'est-à-dire qu'il existe des objets qui ne peuvent être reproduits directement à partir des objets donnés mais seulement à la suite d'objets intermédiaires, eux-mêmes déjà créés par celui qui résout. C'est le cas dans le problème 2 :



en joignant les points donnés deux par deux, on n'obtient pas la configuration complète ; mais on obtient les points P, Q et R, qui, à leur tour, engendrent deux segment [QS] et [RT] dont l'intersection U engendre [OU].



Procédures :

Nous prenons la construction des points particuliers de la figure comme éléments de détermination de la procédure.

Procédure 1 : Essai de points déterminés suivis du contrôle de leur validité à partir du tracé de nouveaux objets engendrés et de leur comparaison par rapport à ceux attendus.

Procédure 2 : Construction de points comme conséquences d'alignements ou d'intersections et de longueurs.

Procédure 3 : Construction de points comme conséquences d'alignements ou comme intersections de droites.

La procédure 3 est la procédure de résolution souhaitée. Il est possible qu'un élève utilise plusieurs procédures et emploie par exemple la procédure 1 puis la procédure 3, ou même la procédure 1 et la procédure 3.

N.B. : Tous les élèves ne parviennent pas en général à n'utiliser que l'alignement et les intersections comme relations pour reproduire l'objet alors que ces relations suffisent ; les longueurs sont aussi parfois utilisées.

Pour le problème 2, les procédures de construction peuvent aussi être examinées du point de vue du degré de proximité des points par lesquels l'élève débute la construction dans le sens où l'élève peut :

Procédure 1' : Commencer par l'élément de degré de proximité 2 (procédure moins adaptée puisqu'il sera peut-être obligé de procéder par essais ou d'utiliser les longueurs).

Procédure 2' : Commencer par les éléments de degré de proximité 1 (procédure adaptée).

DÉROULEMENT

Première phase avec degré de proximité = 1

Etape 1 : Communication du problème de recherche

Les élèves travaillent individuellement. L'I. distribue la première feuille d'exercices et projette le transparent comportant l'objet à reproduire. Il demande aux élèves ce qu'ils voient :

Exemples de réponses : c'est une figure, un dessin ; il y a des traits ; il y a des traits qui représentent des segments et d'autres des droites...

L'I. projette à présent les points issus de l'objet à reproduire et demande aux élèves ce que cela peut être. → Les élèves font des hypothèses jusqu'à ce qu'ils expriment que les points que l'on voit sont les reproductions de points de la « figure » d'origine. L'I. peut intervenir pour faire expliciter en quoi les deux « figures » diffèrent, ou en quoi elles sont analogues. Lecture de l'énoncé du problème : « En haut de la feuille, il y a une figure. En bas, des points de cette figure ont été reproduits. Termine la reproduction de la figure. »

Ni aide ni conseils ne sont apportés.

Etape 2 : Bilan

Chaque élève vérifie la conformité de son travail par superposition d'un transparent. S'il s'avère que le produit de l'élève ne correspond pas, il doit tenter de corriger les erreurs. S'en suit alors une phase collective où les élèves viennent présenter leur méthode (uniquement si elle est différente d'une méthode déjà présentée et leur conclusion (ex. : Je trouve la méthode de X plus économique car elle évite de recourir à la mesure...)).

Deuxième phase avec degré de proximité = 2

Déroulement identique à celui de la première phase.

Etape 1 : Communication du problème de recherche

Les élèves travaillent individuellement. L'I. demande aux élèves de s'intéresser au recto de la feuille utilisée pour réaliser l'exercice 1. Il place ensuite le transparent de l'objet à reproduire au tableau et demande aux élèves ce qu'ils voient. Il place alors le transparent avec les points issus de l'objet à reproduire et demande aux élèves de décrire ce qu'ils voient (des points) et de comprendre que c'est le début de la reproduction de la figure donnée ; les élèves peuvent expliciter que tel point de la figure à reproduire correspond à tel point sur la feuille.

Il énonce alors : « L'exercice 2 correspond à la figure à reproduire. Sous cette figure, il y a le début de sa reproduction. Terminer la reproduction de la figure. » L'I. n'apporte ni aide ni conseils.

Etape 2 : Bilan

Chaque élève vérifie la conformité de son travail à l'aide d'un transparent. S'il s'avère que le produit de l'élève ne correspond pas, il doit tenter de corriger les erreurs. S'en suit alors une phase collective où les élèves viennent présenter leur méthode et leur conclusion.

Rédaction d'une synthèse contextualisée aux figures traitées (formulée par les élèves avec l'aide de l'I.).

Voici, à titre d'exemple, ce qui pourrait apparaître :

- Avant de s'engager dans une reproduction, il faut bien observer le modèle et y repérer des alignements qui nous permettront de voir si le point que l'on souhaite construire est aligné avec deux points qu'on a déjà ;
- Des points alignés appartiennent à une même droite ;
- On peut nommer les points pour s'y retrouver plus facilement.
- L'on doit également pouvoir associer un point du modèle et sa reproduction dans l'amorce.
- Un point est défini par l'intersection de deux droites ;
- Par un point donné, il passe autant de droites que l'on veut ;
- Pour tracer une droite, on peut joindre deux points qu'on a déjà ou prolonger un segment ;
- Un segment est porté par une droite qu'on peut prolonger autant que l'on veut sur le dessin, de chaque côté ;
- Il suffit de deux points pour tracer une droite. En effet, par deux points distincts, il passe une et une seule droite.

Troisième et quatrième phases avec degré de proximité = 2

Les élèves réalisent, seuls, deux exercices similaires à l'exercice 2. Le matériel imposé est une règle plastifiée sans graduation (ceci afin d'obliger les élèves à ne pas recourir à la mesure). L'I. observe la façon de travailler, fourni des feedbacks pour permettre aux élèves de remettre en question une pratique afin d'en utiliser une plus économique par exemple. Les productions sont ramassées et seront contrôlées ultérieurement par l'I. à l'aide d'un transparent. Les conclusions à tirer de ces productions feront l'objet d'un rappel en début de séance suivante.

RÉFÉRENCES PRINCIPALES :

- Apprentissages géométriques et résolution de problèmes au cycle 3, Hatier Ermel.
- Delplace, J.-R., Keskessa, B. & Perrin-Glorian, M.-J. (2007). Géométrie plane et figures au cycle 3. Une démarche pour élaborer des situations visant à favoriser une mobilité du regard sur les figures de géométrie. *Grand N*, 79, 33-60.