

Préparation de leçon : séance 2

BRANCHE : Mathématiques / Les solides et les figures

SUJET : Initiation à l'utilisation de divers instruments permettant la restauration d'une figure.

PÉRIODES : 6 x 50 min (trois séances).

OBJECTIFS : A la fin de l'activité, chaque élève sera capable de (d')...

- analyser la figure « modèle », y tracer des droites ou segments qui lui permettront de la reproduire ;
- d'utiliser différentes techniques et instruments pour reproduire ou restaurer une figure ;
- employer des relations d'incidence comme l'appartenance d'un point à un segment, l'appartenance d'un point à deux segments – intersection – ou l'alignement, comme outils de reproduction de dessin-figure ;
- mettre en place une chronologie d'actions (de tracés) pertinente ;
- apprendre à faire des tracés précis.

COMPÉTENCES :

- Les solides et les figures

M 32 : Tracer des figures simples.

M 38 : Dans un contexte de pliage, de découpage, de pavage et de reproduction de dessins, relever la présence de régularités.

INFORMATIONS PRÉLIMINAIRES :

- Duval et Godin (2005) préconisent la progression suivante quant aux instruments à utiliser pour reproduire les figures :

- 1) Gabarits et pochoirs.
- 2) Gabarits et plusieurs règles (surface à un seul bord rectiligne et non informable).
- 3) Gabarit et une seule règle.
- 4) Surface quelconque et une règle.
- 5) Uniquement des règles (cette étape n'est pas utilisée).
- 6) Une règle et une équerre.
- 7) J'ajouterais une septième étape concernant l'utilisation du compas.

- Quels types de figures choisir ?

a) **Les figures choisies doivent être vues comme un assemblage de formes par juxtaposition et comme un assemblage par superposition.**

En ce sens, un polygone concave ou une figure assemblage de parties concaves semblent être d'excellentes figures candidates.

b) **Les figures choisies doivent obliger à prolonger des lignes ou à en construire de nouvelles pour réussir la reproduction.**

Le prolongement de lignes prépare les élèves à d'ultérieures recherches d'alignements.

c) **Les figures à reproduire doivent répondre à 4 critères :**

1) Les figures proposées doivent être des assemblages (pas superposition ou juxtaposition) de formes et non pas seulement une « figure usuelle ».

2) Ces assemblages doivent respecter des alignements, car le respect des alignements est important pour favoriser l'activité qui est essentielle pour apprendre à passer des surfaces aux lignes dans l'analyse des figures (permet de passer progressivement d'une analyse des figures comme assemblage de surfaces à une analyse comme assemblage de lignes).

3) Le choix d'une figure (analysé comme assemblage de surfaces ou de lignes) ne peut être séparé du type d'instruments qui lui est associé dans l'activité que l'on propose aux élèves : la reproduire, la restaurer...

4) La possibilité d'un contrôle d'égalité de deux figures par superposition est importante pour donner du sens à toute activité de reproduction de figure.

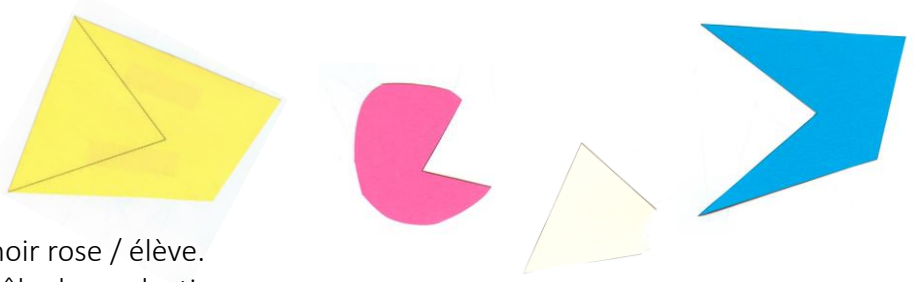
DÉROULEMENT

Le but des différentes activités proposées est d'une part de montrer à l'élève l'existence de différentes techniques de reproduction à l'aide d'artefacts différents et d'autre part de lui permettre d'user de ces techniques (sachant que à ce stade de l'année et depuis le début de sa scolarité, il n'a jamais du recourir à ces techniques). L'idée étant de lui offrir un panel de possibilités exerçant la mobilité du regard. Il est clair que l'élève ne retiendra pas directement toutes les techniques proposées lors de ces séances mais il lui sera demandé d'utiliser certaines des techniques vues dans les séances futures avec cette fois, la contrainte du coût des instruments. L'objectif étant de travailler les alignements et l'obtention de points comme intersections de lignes tout en évitant la contrainte du mesurage (et par-là même le domaine numérique) mais en permettant le report de longueurs à l'aide d'une bande de papier.

Activité 1

Matériel :

- 1 gabarit bleu, 1 beige et 1 pochoir rose / élève.
- Calque avec la figure pour contrôler la production.
- Agrandissement des gabarits et pochoir pour le tableau.
- Le modèle agrandi pour le tableau.



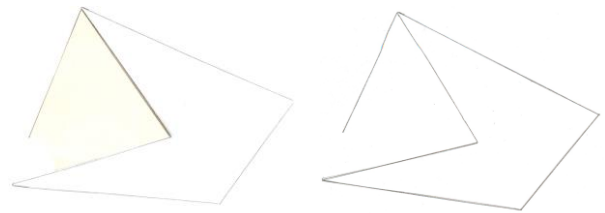
Les élèves doivent reproduire la figure modèle uniquement avec les 2 gabarits, le pochoir et un crayon. L'idée est de les faire d'abord réfléchir quant à la technique qui pourrait être utilisée. Chaque élève testera la technique qui lui paraît la plus judicieuse sur sa feuille pour ensuite vérifier avec le calque. Nous passerons ensuite directement à une phase collective durant laquelle les élèves guideront l'enseignante à l'aide du matériel prévu pour le tableau et, corrigeront si nécessaire, sur base de cette technique, leur production.

Procédé :

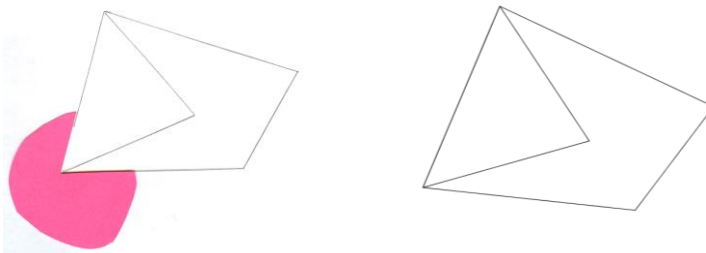
1) Positionner le gabarit du pentagone et en tracer le contour.



2) Juxtaposer le gabarit du triangle et tracer une partie du côté manquant.



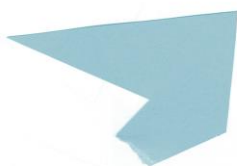
3) Placer le pochoir contre l'angle inachevé et terminer le tracé.



Activité 2

Matériel :

- 1 gabarit bleu / élève
- 2 règles plastifiées par élève
- Calque avec la figure pour contrôler la production
- Agrandissement du gabarit pour le tableau.



Les élèves doivent reproduire la figure modèle uniquement avec le gabarit bleu, les deux règles et un crayon. L'idée est de les faire travailler d'abord de façon individuelle, puis par deux pour se mettre d'accord sur la technique la plus économique. Le rôle de l'I. est de donner des feedbacks aux élèves qui éprouvent des difficultés ; ceci afin de les relancer dans le travail.

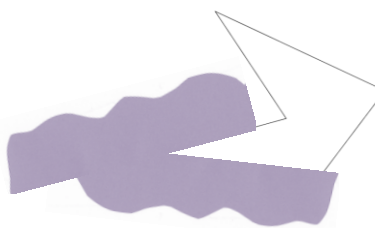
Phase de correction collective au tableau avec le matériel agrandi.

Procédé :

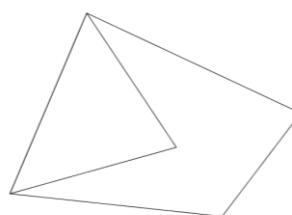
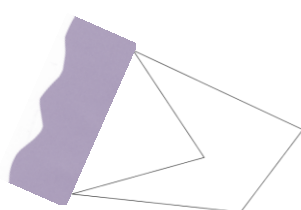
1) Positionner le gabarit déchiré du pentagone et en tracer le contour.



2) Prendre les deux règles plastifiées et les placer le long des deux côtés inachevés. Les deux règles font alors office de pochoir.



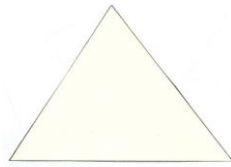
3) Tracer les côtés manquants. Puis, à l'aide de la règle plastifiée, joindre les deux sommets du quadrilatère pour terminer la reproduction.



Activité 3

Matériel :

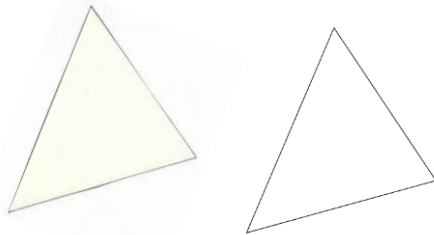
- 1 gabarit beige (triangle) / élève
- 1 règle non informable par élève
- 1 règle plastifiée
- Calque avec la figure pour contrôler la production
- Agrandissement du gabarit pour le tableau.



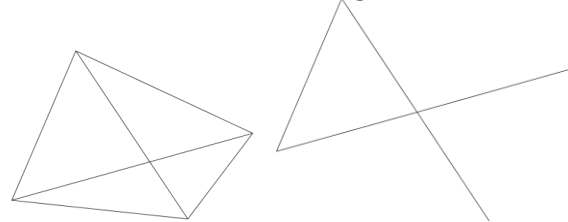
Les élèves doivent reproduire la figure modèle uniquement avec le gabarit beige, la règle non informable (qui leur permettra de reporter des longueurs) et un crayon. Chaque élève testera la technique qui lui paraît la plus judicieuse sur sa feuille pour ensuite vérifier avec le calque. Nous passerons ensuite directement à une phase collective durant laquelle les élèves guideront l'enseignante à l'aide du matériel prévu pour le tableau et, corrigeront si nécessaire, sur base de cette technique, leur production.

Procédé :

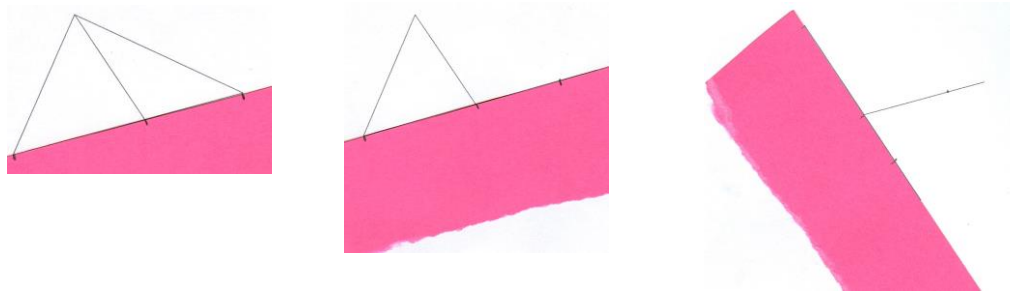
1) Positionner le gabarit du triangle et en tracer le contour.



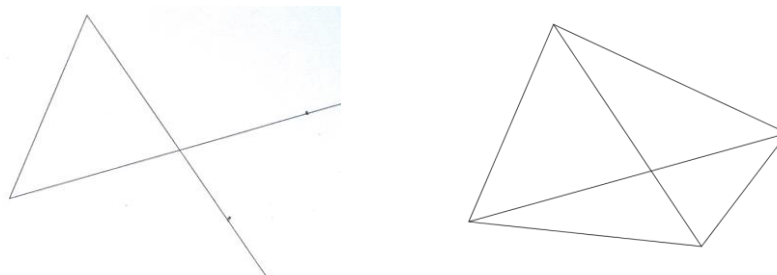
2) A l'aide de la règle non informable, repérer des alignements dans le modèle et les tracer. Sur la reproduction, prolonger les diagonales à partir de deux côtés du triangle.



3) Reporter les longueurs du modèle sur la reproduction à l'aide de la règle non informable.



4) Grâce aux deux longueurs reportées, les deux sommets manquants du quadrilatère sont mis en évidence. Terminer le tracé du quadrilatère à l'aide de la règle.



Activité 4

Matériel :

- 1 règle non informable par élève
- 1 règle plastifiée
- Calque avec la figure pour contrôler la production



Les élèves doivent reproduire la figure modèle uniquement avec la règle non informable (qui leur permettra de reporter des longueurs) et un crayon. Ils doivent pour cela prolonger des segments du modèle et deux côtés du triangle qui sont également les diagonales du quadrilatère (amorce) puis reporter des longueurs du modèle vers l'amorce. L'idée est de les faire travailler d'abord de façon individuelle, puis par deux puis par deux pour se mettre d'accord sur la technique la plus économique. Le rôle de l'I. est de donner des feedbacks aux élèves qui éprouvent des difficultés ; ceci afin de les relancer dans le travail.

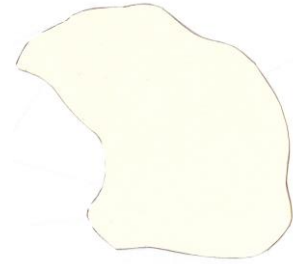
Phase de correction collective au tableau avec le matériel agrandi.

Le procédé décrit pour l'activité 3 est d'application pour cette activité.

Activité 5

Matériel :

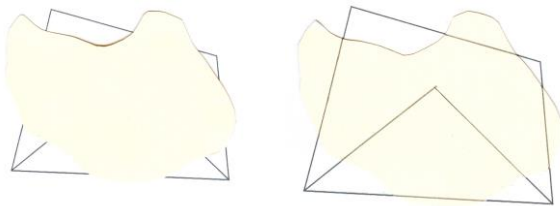
- 1 règle plastifiée par élève
- 1 surface quelconque par élève
- Calque avec la figure pour contrôler la production



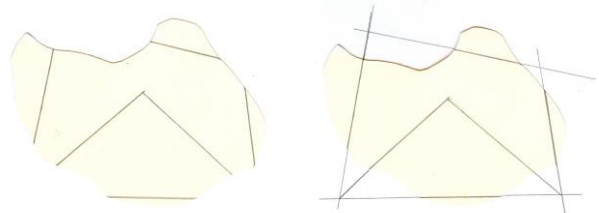
Les élèves doivent reproduire la figure modèle uniquement avec la surface quelconque et un crayon. Ils doivent pour cela prolonger, sur la surface, tous les segments du modèle pour les voir apparaître sur la surface (il est important d'avoir pris tous les segments (directions) du modèle pour pouvoir le reproduire. Chaque élève testera la technique qui lui paraît la plus judicieuse sur sa feuille pour ensuite vérifier avec le calque. Nous passerons ensuite directement à une phase collective durant laquelle les élèves guideront l'enseignante à l'aide du matériel prévu pour le tableau et, corrigeront si nécessaire, sur base de cette technique, leur production.

Procédé :

1) Positionner le gabarit sur le modèle afin de voir apparaître les 6 segments qui le composent. A l'aide de la règle, prolonger ces segments pour qu'ils soient visibles sur le gabarit.



2) Oter le gabarit du modèle et le placer dans la zone de reproduction. A l'aide de la règle, prolonger les segments situés sur le gabarit.



3) Oter le gabarit. Les tracés des prolongements apparaissent. Il suffit de les prolonger avec la règle pour obtenir le produit fini.



N.B. : La capacité de superposer une surface quelconque sur la figure à reproduire, et celle d'y inscrire un morceau de chaque côté de cette figure, de manière à la reproduire en une seule fois par le prolongement de ces morceaux, sont l'indicateur d'une visualisation géométrique avancée.

Activité 6

Matériel :

- 1 règle plastifiée par élève
- 1 surface quelconque par élève
- Calque avec la figure pour contrôler la production

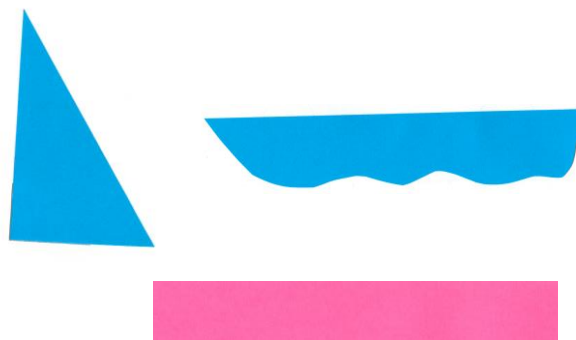


Idem que l'activité 5 pour la technique à utiliser. L'idée est de faire travailler les élèves d'abord de façon individuelle, puis par deux pour se mettre d'accord sur la technique la plus économique en tenant compte de ce qui a été fait lors de l'activité 5. Le rôle de l'I. est de donner des feedbacks aux élèves qui éprouvent des difficultés ; ceci afin de les relancer dans le travail.

Activités 7 et 8

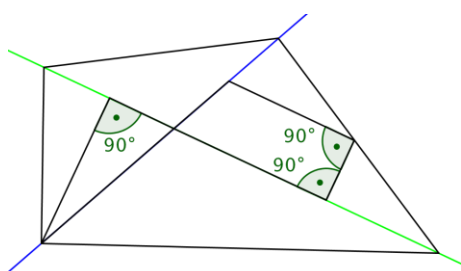
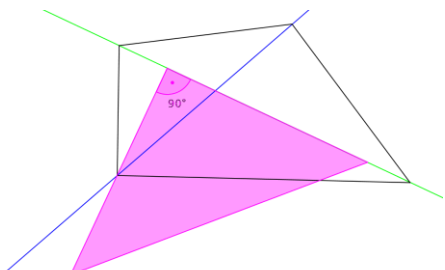
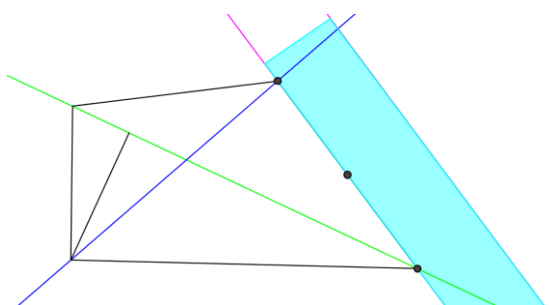
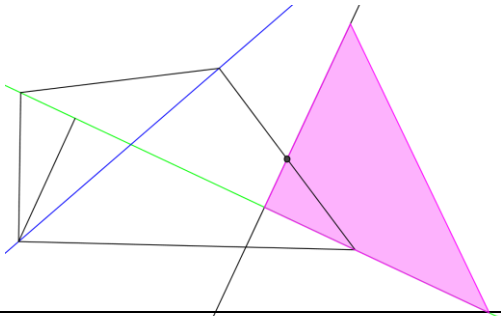
Matériel :

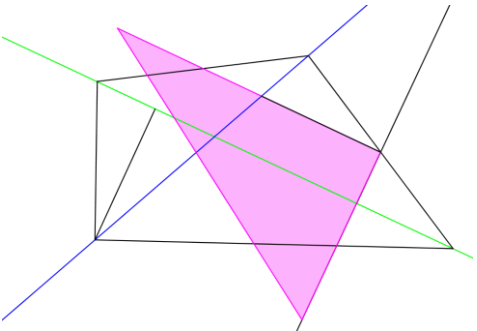
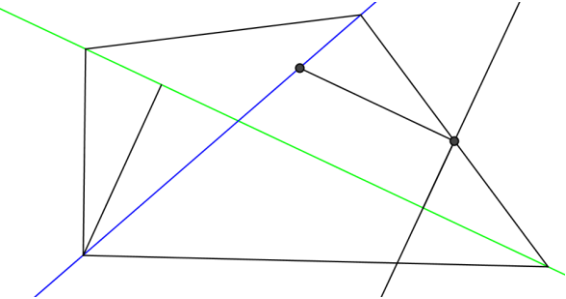
- 1 règle non informable
- 1 règle plastifiée
- 1 équerre
- Calque avec la figure pour contrôler la production



Ici, la reproduction ne peut se faire qu'à la règle et à l'équerre. Chaque élève testera la technique qui lui paraît la plus judicieuse sur sa feuille pour ensuite vérifier avec le calque. Nous passerons ensuite directement à une phase collective durant laquelle les élèves guideront l'enseignante à l'aide du matériel prévu pour le tableau et, corrigeront si nécessaire, sur base de cette technique, leur production.

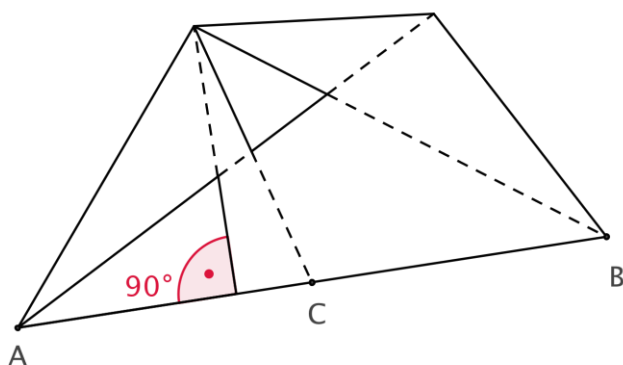
Procédé possible pour l'activité 7:

<p>1) La travail va d'abord consister à repérer les alignements sur le modèle.</p> 	<p>2) Tracer les diagonales du quadrilatère sur l'amorce. Pour reproduire le triangle, placer l'angle droit de l'équerre le long de la diagonale verte jusqu'à ce que l'autre côté de l'angle droit coïncide avec le sommet du quadrilatère. Tracer le segment correspondant au troisième côté du triangle.</p> 
<p>3) Sur le modèle reporter une longueur manquante (deux possibilités) à l'aide de la règle informable par pliage vu que le point se situe au milieu du segment.</p> 	<p>4) Prendre l'équerre et placer un côté de l'angle le long de la diagonale verte jusqu'à ce que l'autre côté de l'angle droit coïncide avec le point mis en évidence.</p> 

<p>5) Placer l'angle droit de l'équerre le long du segment à peine tracé avec le sommet sur le point mis en évidence (milieu du segment du quadrilatère). Tracer le segment manquant.</p> 	<p>6) Le modèle est reproduit.</p> 

Procédé possible pour l'activité 8 :

Cette activité est une application directe de la découverte (cf. activité 7).



Le point C est le milieu du segment [AB].

Activités 9 et 10

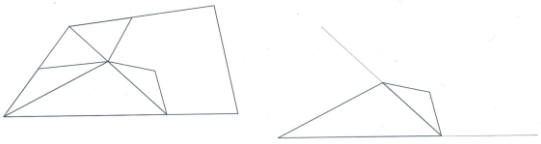
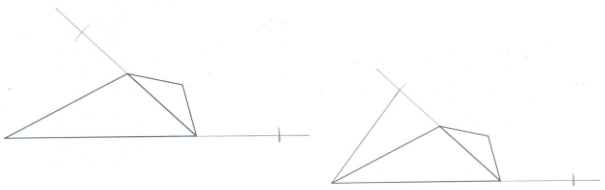
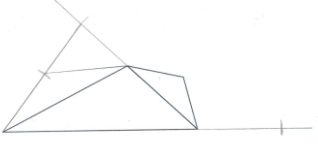
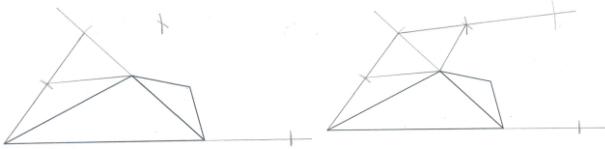
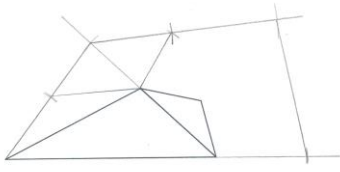
Matériel :

- 1 compas
- 1 règle non informable.
- Calque avec la figure pour contrôler la production



La reproduction ne peut se faire qu'à la règle et au compas (pour le report de longueurs au lieu de la règle non informable). Chaque élève testera la technique qui lui paraît la plus judicieuse sur sa feuille pour ensuite vérifier avec le calque. Nous passerons ensuite directement à une phase collective durant laquelle les élèves guideront l'enseignante à l'aide du matériel prévu pour le tableau et, corrigeront si nécessaire, sur base de cette technique, leur production.

Procédé :

<p>1) La travail va d'abord consister à repérer certains alignements et à prolonger des lignes en conséquence.</p> 	<p>2) A l'aide du compas reporter deux longueurs du modèle vers la reproduction. Tracer l'un des segments pour lequel les deux sommets sont apparents.</p> 
<p>3) Reporter la longueur du côté du triangle et tracer le segment.</p> 	<p>4) Reporter les longueurs des deux côtés du triangle. Le sommet apparaît à l'intersection des arcs de cercle. Tracer la ligne joignant le sommet adéquat du quadrilatère jusqu'au sommet du triangle en prolongeant au-delà (cf. modèle). Reporter la longueur de la ligne à peine tracée pour voir apparaître le 4^e sommet du quadrilatère.</p> 
<p>5) Rejoindre les sommets pour terminer la reproduction. Superposer le calque pour contrôler.</p> 	

La technique proposée est la même pour l'activité 10 mais ici, avant la correction collective, les élèves comparent deux par deux leur procédé pour en tirer des conclusions (technique la plus économique).

Que peut-on retenir ? (Certaines des notions ont déjà été mises en évidence lors de la première séance).

- Selon le matériel utilisé, les techniques de reproduction varient.
- Tous les tracés utiles à la reproduction ne se donnent pas toujours à voir directement sur la figure. Il est cependant utile de les repérer (par l'ajout de tracés par exemple) pour reproduire la figure.
- Pour reproduire une figure, il faut d'abord l'analyser c'est-à-dire observer les segments présents, voir si les prolonger comporte un intérêt et les prolonger si nécessaire. Ajouter des segments (diagonales, médianes...) qui peuvent avoir un intérêt pour la reproduction.
- Un point est déterminé par l'intersection de deux droites. Pour trouver un point, il faut tracer deux lignes de la figure qui passent par ce point ; on a souvent besoin de prolonger des segments pour trouver le point.
- Le compas est un outil qui peut servir à reporter des longueurs et à créer des points d'intersection.

N.B. : Les activités 1 à 6 pourraient déjà être envisagées au cycle 3 du primaire (8-10 ans). Comme cela n'a pas été fait, nous les proposons au cycle 4 (8-12 ans) mais, idéalement, elles devraient être proposées plus tôt (cycle 3) et approfondies à ce stade.

RÉFÉRENCES PRINCIPALES :

- Duval, R. & Godin, M. (2005). Les changements de regard nécessaires sur les figures. *Grand N*, 76, 7-27.
- Delplace, J.-R., Keskessa, B. & Perrin-Glorian, M.-J. (2007). Géométrie plane et figures au cycle 3. Une démarche pour élaborer des situations visant à favoriser une mobilité du regard sur les figures de géométrie. *Grand N*, 79, 33-60.
- Briand, J., Ngono, B., Peltier, M.-L. & Vergnes D. (2009). Euromaths CM2. Hatier : Paris.