Synthèse de la journée d'étude de l'ADMEE
« Espace et abstraction : Evaluer les compétences complexes de la maternelle à l'Université »

Alessi Pasquale – Assistante de recherche au sein du service méthodologie et formation de l'UMONS

Un manque d'intérêt du grand public sur les notions d'espace et d'abstraction a été remarqué par les différents chercheurs. Cependant, ces connaissances spatiales sont multiples et s'avèrent complexes à enseigner. Elles posent d'ailleurs beaucoup de difficultés aux apprenants, mais elles constituent des compétences essentielles à acquérir. Il importe donc de les aborder durant leur cursus scolaire en suivant des méthodologies adaptées. Les différentes présentations démontrent d'ailleurs le caractère essentiel de cet apprentissage qui doit être envisagé de la maternelle à l'université.

1. M. Demal : « Faire vivre l'abstraction dès la maternelle par une géométrie adaptée »

Membre de la cellule de géométrie-UMONS, Demal présente tout d'abord le double objectif poursuivi dans le cadre des recherches menées. Il s'agit de familiariser et initier les élèves de l'enseignement obligatoire à la géométrie « actuelle » (la géométrie des transformations du plan et de l'espace). Il est essentiel de l'introduire en classe car elle possède une série de concepts qui, une fois acquis, permettent de comprendre et de maîtriser le mécanisme d'un raisonnement logique et structuré. Elle offre ainsi l'ouverture à d'autres disciplines des sciences telles que la physique, la chimie, la médecine… D'après Demal, il importe de rencontrer cet enseignement le plus tôt possible afin de préparer les élèves à leurs études ultérieures (secondaires, supérieures, universitaires). Dans l'enseignement supérieur, ce manque de préparation constitue une cause d'échec chez les étudiants. En effet, certains apprentissages peuvent être considérés comme déjà acquis par les enseignants. Le deuxième objectif visé est de préparer les enfants dès le primaire à une véritable démarche scientifique. Il est question de faire de la « géométrie scientifique » en amenant les élèves à développer des processus d'argumentation, de démonstration et de preuve tout en introduisant des éléments de la logique formelle.

Subséquemment, Demal souhaite apporter un complément d'informations en définissant les expressions « abstraction », « espace en géométrie » et « géométrie des transformations ».

L’abstraction constitue « *la capacité d’isoler par la pensée une ou plusieurs qualités d’un objet concret mais aussi à manipuler les concepts dans des raisonnements formels.* » Il identifie deux types d’abstraction devant être travaillés en classe :

1) « L’abstraction concrète » : obtenue par des manipulations concrètes.
2) « L’abstraction immatérielle » : présente dans les raisonnements scientifiques (régis par les règles et les principes de la logique formelle). Les notions d’implication et de causalité ont ici toute leur importance car, n’étant pas innées, elles requièrent un réel apprentissage et doivent être utilisées par les élèves dans les démonstrations. Les apprenants doivent prendre conscience des liens de causalité existants et comprendre que certaines caractéristiques en entrainent d’autres.

Demal propose d’amener les enfants à établir des démonstrations par l’absurde ou des contraposées en éduquant les apprenants aux principes de la géométrie des transformations (partir d’objets familiers pour les transformer en concepts abstraits, partir du principe que si on ne peut prouver qu’une proposition est fausse, c’est une preuve de sa véracité…). Pour citer un exemple, il peut être demandé aux enfants de trouver le nombre de faces et d’arêtes d’un cube en les « forçant » au raisonnement (la réponse attendue est 12. Pourtant, un carré a six faces et quatre arêtes composent une face. Il faut demander aux enfants pourquoi ces 12 arêtes et non 24. Ils doivent ainsi préciser qu’une arête est incidente à deux faces et donc 24 doit être divisé par 2, soit 12 arêtes).

Une des difficultés pour les élèves est de retranscrire leur mode de raisonnement et leur succession d’idées. L’enseignant doit adapter ses méthodologies afin de permettre aux enfants d’établir leur démonstration en cherchant seuls des solutions. Demal développe ainsi une série de pistes à mettre en place avec les apprenants.

Il fournit des indications pouvant accroître l’attractivité des études scientifiques chez les jeunes. En effet, le constat est tel que seuls 5,6% des élèves entrant en première primaire obtiennent un diplôme dans les branches scientifiques (qui leur assurent pourtant un emploi stable). Il est donc nécessaire de repenser l’enseignement en proposant des contenus liés aux évolutions scientifiques actuelles et en adaptant les méthodes d’enseignement. Demal expose ainsi les principes de l’enseignement en spirale et génétique (Bruner et Wittmann), en précisant à nouveau que cet apprentissage doit être abordé le plus tôt possible afin de diminuer le taux d’échec connu durant le secondaire ou encore le supérieur.

Demal aborde également une problématique concernant le taux de réussite des élèves aux évaluations externes et internes. D'après les statistiques, il existe une rupture entre le primaire et le secondaire au niveau des mathématiques. En effet, 90% des enfants en fin de primaire réussissent l'épreuve alors que brusquement, les résultats chutent à 50% en deuxième secondaire. Cette différence trop importante est due au manque de préparation liée à la démarche scientifique attendue. Les recherches établies par la cellule de géométrie dans différents établissements du fondamental et du secondaire offrent des résultats convaincants. En effet, suite à l'approche préconisée et mise en place, le taux de réussite des élèves aux CE1D dépasse les 80%. Cette amélioration s'explique par l'appropriation d'images mentales qui favorise le passage à l'abstraction.

La Fédération Wallonie-Bruxelles (FWB) finance deux recherches dont le but est de favoriser le processus d'abstraction : l'Université de Liège s'intéresse à la transition primaire-secondaire au niveau des mathématiques (présentation n°3) et l'Université de Mons se concentre davantage dans le domaine de l'espace, d'un point de vue transversal, auprès des élèves de 8 à 14 ans (présentation n°2).

2. S. Soetewey : « Evaluations, modèles psycho-cognitifs et situations d'enseignement… les mettre en relation pour développer les processus d'abstraction spatiales des élèves »

L'analyse minutieuse des évaluations externes en mathématiques et en éveil (EENC et PISA) et de la recherche fondamentale a permis de mettre en exergue les grandes difficultés rencontrées par les élèves. Deux processus ont été ainsi ciblés dans le cadre de la recherche menée, à savoir la capacité de décentration et les difficultés liées à la représentation d'un solide et sa décomposition en 3D-2D. A titre d'exemple, en deuxième primaire, 49% des élèves échouent lorsqu'ils doivent situer des objets en adoptant le point de vue d'autrui. En cinquième primaire, 78% des élèves ne parviennent pas à situer un endroit par rapport à un autre. Ces deux notions (décentration et représentation – décomposition 2D-3D) sont essentielles et les élèves doivent y être sensibilisés suffisamment tôt. A partir de celles-ci une série d'items repris dans le programme ont été relevés afin d'identifier les points devant faire l'objet d'un apprentissage.

Une analyse des modèles psycho-cognitifs et de la littérature scientifique (des auteurs référents ont été choisis tels que Berthelot & Salin, Van Hiele, Duval, Douaire, Barth, Bruner…) a été établie. Celle-ci a permis d'identifier les éléments essentiels afin de construire un modèle pouvant être opérationnalisé à travers des situations d'apprentissage. Les différents outils existants ont également fait l'objet d'une analyse critique pour la conception de ces situations. Une modélisation en trois étapes a ainsi été construite :

1. *« L'abstraction spécifiante et généralisante »*

Cette étape, composée en trois phases, permet de cibler les difficultés des élèves. Une première phase d'observation est indiquée où les élèves observent et recherchent les attributs d'un concept à identifier. Pour ce faire, l'enseignant les guide en posant des questions « élucidantes » et en proposant une série d'exemples et de contre-exemples. Les élèves émettent ainsi leurs hypothèses tout en vérifiant leurs propositions à travers, notamment l'argumentation des choix. Il est essentiel de préciser aux enfants leur droit à l'erreur durant l'activité, cela leur permettra d'identifier les attributs essentiels du concept (« abstraction spécifiante »). S'en suit la phase de clarification/validation où l'apprenant vérifie et valide la règle identifiée et la met en réseau conceptuel afin d'intégrer la notion apprise (« abstraction généralisante »). Enfin, une phase de métacognition permet aux élèves d'établir un retour sur la démarche mise en œuvre.

2. *« Evaluation de l'abstraction »*

Durant cette étape d'évaluation, l'enfant est amené à identifier et à reconnaître de nouveaux exemples liés au concept appris et à justifier ses choix. Il devra aussi utiliser l'idée abstraite, créer ses propres exemples et transférer ses connaissances dans d'autres contextes. Un retour sur la démarche doit également être établi (métacognition).

3. *« Abstraction spatiale : application et transfert »*

Cette étape consiste à forcer la représentation mentale en proposant des situations a-didactiques dans lesquelles les solutions sont automatiques ou validées par les pairs. Elle amène les apprenants à sortir du micro-espace[1] afin qu'ils puissent anticiper et inférer afin de trouver des solutions aux problèmes rencontrés. En classe, il faut travailler avec des objets fixes et distancés (favoriser le passage de vue partielle → d'un point fixe → d'un point externe), coordonner des perspectives… Une phase de métacognition doit clôturer cette étape en proposant aux élèves de distinguer les types d'espaces, de problèmes et de solides.

La modélisation suit ainsi une progression permettant aux élèves de mieux aborder leurs futurs apprentissages et de pouvoir les transférer dans d'autres contextes. Soetewey fait

[1] Le micro-espace est directement accessible à l'enfant. Afin de forcer la mentalisation, il faut atteindre le méso-espace (je peux me déplacer et avoir une vue globale en continuité) et le macro-espace (je peux me déplacer mais je ne distingue pas tous les éléments).

[2] Seule la phase une a été développée durant la présentation. Les deux autres phases consistent d'une part à engager une recherche collaborative avec un groupe d'une quinzaine d'enseignants afin de créer un corpus

également référence à Bruner (enseignement en spirale) en proposant des situations d'enseignement partant de concepts simples vers l'apprentissage de concepts plus complexes.

Exemples de situations sur les représentations du point de vue d'autrui (cycle 3) :
Découverte du concept de décentration à partir d'une maquette de solides (à disposer devant les élèves avec une orientation particulière) : Les enfants sont amenés à découvrir ses attributs à partir de cartes à manipuler (photos prises en tenant compte du point de vue d'autrui, représentations schématiques ou textuelles) à partir d'exemples et de contre-exemples. Il importe de garder une trace de toutes les informations données par les apprenants. Une démarche se met ainsi progressivement en place, les élèves émettent leurs hypothèses (concentration sur la pertinence des couleurs, des prises de vue…). Il s'agit ensuite de conserver les caractéristiques communes aux concepts et d'éliminer les informations inutiles.
Le jeu des animaux : les enfants travaillent par pairs (ce qui favorise la discussion et l'argumentation). Une carte leur est présentée et ils doivent identifier le personnage ayant pu prendre la photographie tout en se référant au plateau du jeu. Les enfants doivent reconnaître la décentration en s'emparant du gardien en question et l'enfant pour qui ce n'est pas une décentration doit empêcher les autres joueurs d'attraper le gardien. Le jeu dispose aussi d'exemples et de contre-exemples (photos impossibles).
Au cycle 4, des activités seront réalisées à partir de photos variées (aérienne, locale, satellitaire…) de différentes échelles afin de coordonner les points de vue.

Les dispositifs créés doivent faire l'objet d'une évaluation dans les classes. Pour ce faire, un pré-test sera d'abord établi avec les élèves. Ensuite, les situations seront proposées à certaines classes (groupes témoins – groupes expérimentaux). Un post-test déterminera l'évolution des performances des apprenants. Enfin, un questionnaire sera proposé aux enseignants afin de recueillir leurs réflexions quant aux situations mises en œuvre afin d'identifier les difficultés éventuellement rencontrées et de proposer des modifications et/ou des adaptations.

3. I. Demonty : « L'abstraction en mathématique à la transition primaire-secondaire : quelles connaissances ont les enseignants des sauts conceptuels et des activités porteuses pour accompagner les élèves dans ces apprentissages essentiels ? »

L'objectif de cette seconde recherche mandatée par la FWB est d'aider les enseignants dans l'identification des difficultés des élèves et d'envisager des démarches d'enseignement adaptées à celles-ci. Le projet se scinde en trois phases[2] afin d'atteindre l'objectif visé.

La première consiste en la passation d'un questionnaire auprès de 46 enseignants du fondamental (5P-6P) et de 50 régents en mathématiques (1S-2S). Il vise à cerner les démarches mises en œuvre dans le domaine de l'abstraction et permet d'identifier les différences entre :

- leurs représentations des mathématiques ;
- leurs pratiques d'enseignement des mathématiques ;
- leurs connaissances quant au développement de l'abstraction dans le domaine des nombres et de la géométrie descriptive.

Demonty met ensuite en évidence les connaissances des enseignants, au regard de repères théoriques, afin de préciser ce qui a été évalué chez les sujets à partir du questionnaire. Dans les connaissances pour enseigner (Black, 2008 ; Ball &al., 2008), deux catégories se distinguent : les connaissances du contenu (regroupant les concepts et les procédures mathématiques permettant de résoudre des problèmes, de raisonner et de communiquer un résultat valide, de faire des liens entre les concepts mathématiques…) et les connaissances pédagogiques de contenu (utilisation des connaissances telles qu'adopter un regard critique, reconnaître les erreurs dans la pensée mathématique des élèves, poser des questions pertinentes, répondre de manière appropriée…).

Le questionnaire propose sept analyses de cas et il évalue la façon dont les enseignants utilisent leurs connaissances (particulièrement les connaissances de contenu pédagogique) en algèbre et en géométrie. Dans ces deux domaines, une analyse de travaux d'élèves a été effectuée afin d'identifier leurs conceptions (en algèbre : le sens de la lettre et de l'égalité – en géométrie : le statut du dessin dans l'argumentation) et les procédures qu'ils utilisent.

Dans le domaine des nombres, deux concepts clés ont été ciblés : le sens de l'égalité et le sens de la lettre. D'après la littérature scientifique, l'égalité est vue de façon procédurale (opération

[2] Seule la phase une a été développée durant la présentation. Les deux autres phases consistent d'une part à engager une recherche collaborative avec un groupe d'une quinzaine d'enseignants afin de créer un corpus d'activités à tester dans leur classe (phase deux) et d'autre part, en la rédaction d'un document à l'usage des enseignants du primaire (5P-6P) et de l'enseignement secondaire (1S-2S).

réalisée sur des nombres pour obtenir une réponse unique) mais en algèbre, il faut élargir cette conception car plusieurs termes peuvent être situés après l'égalité (ex : les équations). Les enfants ont tendance à adopter une mauvaise utilisation du signe (ex : 12x32 = 10x30 = 320 + 2x32= 384). Face à ce problème, les enseignants identifient majoritairement le problème rencontré par les élèves (en primaire : 80% - en secondaire : 100%). Lorsque le problème lié à l'égalité est glissé dans un raisonnement partiellement correct, la proportion d'enseignants reconnaissant la difficulté rencontrée diminue considérablement (en primaire : 23% - en secondaire : 43%). Les régents ont d'ailleurs le sentiment que l'égalité n'est pas travaillée dans le primaire. Ils pensent que les enfants, le cas échéant, rencontreraient moins de difficultés durant le secondaire.

D'après la littérature scientifique, les élèves ont une mauvaise conception des lettres et ils présentent plusieurs difficultés en algèbre, à savoir identifier leurs représentations (nombre ou objet), associer plusieurs valeurs au nombre (pour eux, le nombre n'a qu'une seule valeur)…

A partir de trois situations proposées aux élèves pour les aider à comprendre le sens de la lettre, il a été demandé aux enseignants du secondaire leur avis concernant l'idée de nombre acquise par les élèves. Ces derniers ont conscience du problème rencontré par les élèves. A titre d'exemple, face au problème algébrique (3a-2a+5b), 36% des enseignants pensent que l'idée de nombre est présente chez les élèves contre 44% la jugeant absente. Il est donc nécessaire d'avoir une certaine réflexion quant à la façon de donner du sens à la lettre.

Les enseignants ont également été amenés à analyser des activités porteuses dans le domaine de l'abstraction en identifiant l'intérêt qu'apporte ce genre de situations[3]. Les réponses des enseignants démontrent qu'une évolution est nécessaire. En effet, d'après l'analyse de raisonnements produits par les élèves, seuls 39% des enseignants du primaire ciblent un intérêt en termes d'abstraction contre 38% des enseignants du secondaire, qui eux ont une idée plus précise au niveau de l'abstraction et de la généralisation à d'autres apprentissages

En géométrie, il existe des divergences entre les enseignants du primaire et du secondaire. A titre d'exemple, en ce qui concerne le mesurage, l'utilisation d'un matériel est une pratique courante en primaire alors qu'en secondaire elle est moins présente. Une évaluation de deuxième secondaire expose le raisonnement de deux élèves afin d'identifier si les segments d'une forme sont de même longueur. L'une utilise son matériel afin de prendre les mesures,

[3] Exemple proposé par Radford (2009) , à partir d'un problème précis, l'enfant doit abstraire une règle en observant des liens particuliers et donc généraliser. Il exprime ainsi la solution par un langage courant, puis un langage algébrique et enfin un langage mathématique. La visualisation du dessin permet à l'apprenant de générer différentes solutions à partir d'une même situation et il est amené à définir en quoi elles sont équivalentes.

l'autre offre une argumentation davantage détaillée (« deux angles ont la même amplitude, il s'agit donc d'un triangle isocèle »). En primaire, 26% des enseignants pénalisent l'élève ayant utilisé l'instrument de mesure contre 70% pour le secondaire. Il peut donc être constaté une différence en termes d'exigences attendues au niveau du secondaire et du primaire.

Les différents résultats montrent ainsi qu'il existe une rupture entre le primaire et le secondaire tant en algèbre qu'en géométrie. Une complémentarité est aussi à distinguer à travers la mise en œuvre d'activités porteuses en termes d'abstraction. Il importe d'en tenir compte, mais une collaboration s'avère nécessaire entre les enseignants du primaire et du secondaire (cela constitue l'objet de la deuxième phase de la recherche).

Les difficultés rencontrées par les élèves au niveau du processus d'abstraction concernent un large public allant des enfants en maternelle aux jeunes adultes universitaires comme le présentent Bridoux et Nihoul dans leur exposé.

4. **S. Bridoux et C. Nihoul : « Difficultés d'étudiants universitaires dans la conceptualisation des équations de plans dans l'espace »**

Les chercheuses introduisent dans un premier temps le contexte de la recherche. La démarche consiste en l'intervention dans le cadre du cours de mathématiques élémentaires auprès d'étudiants de Bac 1 et ce, durant les six premières semaines du premier quadrimestre (les filières concernées sont : mathématique, informatique et physique). Les sujets abordés avec les étudiants sont : les droites dans le plan et les droites et les plans dans l'espace. Il s'agit donc de revoir ces notions du secondaire selon une approche universitaire. L'exposé développe essentiellement l'apprentissage donné au niveau des droites et des plans dans l'espace (notions abordées suite aux droites dans le plan).

Certaines difficultés ont ainsi été repérées chez les étudiants. A partir d'une droite d'équation (ex : $2x + 3y = 6$), les étudiants doivent repérer la droite dans un plan et la tracer (repère orthonormé). Ces derniers présentent des difficultés à considérer qu'une droite est constituée d'une infinité de points qui vont satisfaire l'équation de cette droite. Ils ne parviennent pas à décrire la droite et préciser que dès qu'un point X est fixé sur l'abscisse, le point associé pour Y sera donné par une équation précise (ex : $y= (6-2x)/3$). Les étudiants ne donnent pas de sens à l'objet « équation » et à l'écriture ensembliste. Ils éprouvent un manque de capacité d'abstraction pour décrire la signification de l'objet géométrique, à savoir la droite.

Dans l'espace, l'équation (ex : $2x + 3y = 6$) prend un ensemble de triplets (on ajoute la coordonnée qui est associée à l'espace : « z »). La difficulté est que seuls les triplets de la forme (x, y, 0) sont pris en compte, l'absence de « z » implique chez les étudiants qu'il est forcément nul alors qu'ils doivent tenir compte de la troisième coordonnée.
A partir de l'équation, ces derniers ne visualisent pas l'objet correspondant et ils ont des difficultés à comprendre que cette équation, dans le plan, correspond à une droite alors que dans l'espace, il s'agit d'un plan (changement d'objet géométrique).

Un autre problème rencontré par les étudiants concerne l'orthogonalité dans le plan et dans l'espace. Dans le plan, un exercice typique qui leur est demandé est de trouver un vecteur perpendiculaire à un vecteur donné (ex : 2,1). Du point de vue mathématique, deux vecteurs sont perpendiculaires si leur produit scalaire est nul. Dès lors, tout vecteur multiple du vecteur donné répondra à ce critère. Les vecteurs ont ainsi tous la même direction et forment la droite d'équation $2x + y = 0$. Dans l'espace, cette technique s'avère inefficace car, en suivant ce même procédé, les vecteurs sont orthogonaux mais n'ont plus la même direction. Les étudiants éprouvent de grandes difficultés pour comprendre et fixer ces notions et ils présentent ainsi des lacunes lors de leur entrée à l'université.

Face à ces difficultés, les chercheuses se sont interrogées sur la façon d'en tenir compte dans leur enseignement. Elles ont fait le choix de travailler avec les étudiants sur l'interprétation des objets en suivant l'hypothèse que cela serait davantage producteur de sens. Pour ce faire, deux leviers sont considérés : travailler d'un part des concepts issus de la logique et de la théorie des ensembles et d'autre part, jouer sur les différents modes d'écriture (ensemblistes, algébriques, dessins…). La démarche mise en place fait référence à des travaux didactiques des auteurs tels que Maurel (2001) et Schneider (2010) sur les équations incomplètes de plans (l'apprentissage débute sur le plan pour aboutir ensuite aux droites). Une équation d'un plan est proposée aux étudiants à travers la présentation de différents registres (algébriques, ensemblistes, avec l'appui de dessins…). Cela permet aux étudiants de donner davantage de sens à leur apprentissage, de développer leur capacité d'abstraction et de revenir, pour certains, sur les erreurs précédemment commises. Les exercices effectués sur l'utilisation de registres variés sont ensuite réitérés sur l'objet « droite ».

Différents exercices sont souvent demandés aux étudiants tels que décrire des ensembles de points, rechercher l'ensemble et le décrire géométriquement en jouant sur les différents

registres (c'est-à-dire que les étudiants doivent donner une série d'explications afin de représenter le plan sans aucune ambiguïté), rechercher une équation cartésienne d'un plan à partir de l'interprétation émise en fonction des informations précisées dans l'énoncé…
Ce genre d'exercices, peu souvent travaillé dans le secondaire, repose sur un travail axé sur le sens en jouant sur l'interprétation des informations mais également sur la technique à partir des connaissances algébriques (interprétation des calculs en termes d'objets géométriques).

Au niveau de l'évaluation, les étudiants ont un test hebdomadaire, tous les lundis. Le premier test consiste à évaluer les connaissances des étudiants acquises durant leur secondaire. Les tests durent deux heures et la matière est cumulative en fonction de ce qui a été abordé lors du cours. Des tests sont présentés par les chercheuses et portent sur le cours de mathématiques donné à une classe de 24 étudiants (ceux-ci sont les plus armés par rapport aux savoirs présentés durant l'exposé). Pour exemple, après trois semaines d'enseignement (test 4), il leur est demandé de résoudre un système dans le plan et dans l'espace en interprétant pour chaque point les résultats obtenus. L'analyse des tests précise que, dans le plan, 92% réussissent la résolution algébrique (en adoptant des stratégies différentes telles que la substitution, la combinaison ou les formules de Cramer qui ont été rappelées lors des cours élémentaires) et 83% réussissent à établir une interprétation géométrique. Dans l'espace, 21% ont résolu le système et lui ont apporté la solution correcte (en utilisant les mêmes stratégies et en rajoutant la composante de l'espace). 17% proposent un « z » quelconque alors que pour 50% d'entre eux le « z » reste toujours nul malgré l'apprentissage vu en cours. Au niveau de l'interprétation géométrique, 46% proposent une argumentation correcte. Ces résultats montrent que malgré une bonne interprétation géométrique, certains étudiants n'ont pas résolu correctement l'exercice. Ils savent dire que le résultat est une droite mais ils précisent pourtant, au niveau algébrique, que « z » est nul. Il n'y a donc aucun lien qui s'établit entre le calcul algébrique et leur interprétation géométrique.

En conclusion, il s'agit durant les situations d'enseignement de travailler sur l'interprétation des objets en partant des connaissances des étudiants. Ce choix a permis de prendre en compte les difficultés des étudiants dès leur arrivée à l'université (conceptions du travail dans le plan, passage du plan à l'espace). Ce choix permet de travailler des concepts de logique et de la théorie des ensembles (nécessaires à l'université mais peu abordés dans le secondaire). En référence à Demal, il importe donc d'insister sur les concepts de la logique formelle dès le primaire pour mieux aborder les apprentissages durant le secondaire. Au niveau de l'évaluation de cet enseignement, le passage du registre ensembliste à l'interprétation des objets semble acquis par la majorité des étudiants. Cependant, une difficulté reste persistante, à savoir le passage algébrique à l'interprétation géométrique. Des incohérences sont encore trouvées dans les résolutions des étudiants dont l'interprétation est correcte alors que le résultat est erroné. Dès lors, les chercheuses s'interrogent sur cette problématique : ce passage nécessite-t-il le même type d'abstraction et le même type de visualisation ? Cela constitue l'objet de la recherche actuelle menée par l'une des chercheuses.

5. **B. Merenne-Schoumaker : « Abstraction et géographie »**

Merenne-Schoumaker présente de façon détaillée la discipline de géographie qui reste, d'après elle, extrêmement mal connue. Elle propose ainsi de s'interroger sur trois points principaux, à savoir le processus d'abstraction dans l'analyse des territoires (« objet par excellence » de la discipline), les outils permettant de développer cette abstraction dans l'enseignement et les pratiques d'enseignement et les difficultés qui peuvent être rencontrées par les élèves (quatre dernières années du secondaire).

La réflexion sur la place de l'abstraction dans l'analyse des territoires est explicitée au regard de la recherche scientifique. La géographie est axée sur deux grands domaines : la cartographie et les connaissances géographiques des lieux. Cette discipline a longtemps été considérée comme une science empirique (fondée sur l'observation et la description) prônant ainsi une démarche inductive. On note ici l'importance du visible, notamment du paysage, et l'abstraction est relativement rare. Celle-ci s'est longtemps limitée à la cartographie et certains sujets de géographie physique. Les années 50 connaissent une révolution avec l'apparition de la « nouvelle géographie » théorique, déductive et quantitative (« géographie théorique et quantitative »). La démarche consiste désormais à fixer une problématique à analyser, à formuler des hypothèses de travail et à les tester sur le terrain, à rechercher les régularités existantes… Elle propose ainsi de nouvelles méthodes pour collecter et traiter les données (cours statistiques, analyses spatiales…). Merenne-Schoumacker développe ensuite la place que l'abstraction prend au niveau de l'enseignement secondaire. Jusqu'en 2000, le principal objectif visé par la discipline est de décrire des espaces à différentes échelles (milieu proche, pays, grandes régions du monde…). Depuis, la géographie a connu une évolution en intégrant les acquis de la « nouvelle géographie », de la géographie sociale et culturelle et plus environnementale. L'abstraction, quant à elle, s'est développée lors de l'arrivée des compétences. Ces dernières proposent aux élèves des tâches plus complexes demandant l'utilisation d'outils (concepts et modèles). Les élèves sont ainsi préparés à utiliser leurs connaissances de l'espace dans des contextes variés.

L'approche par compétences nécessite ainsi le recours d'outils adéquats tels que des concepts et des modèles spatiaux, propices aux apprentissages et préparant les élèves à une plus grande autonomie. Merenne-Schoumacker a détaillé divers concepts :
- Le concept de **relations-interactions** est essentiel et permet d'étudier la façon dont un espace se forme et ses constituants évoluent dans un même espace, entre deux ou plusieurs espaces. Il est alors conseillé de privilégier l'analyse des actions majeures d'une société qui contribuent à la production de l'espace (importance des rôles des acteurs). Ces relations induisent des formes et des structures spatiales qui donnent à l'espace sa spécificité (cf. le système de production des espaces de Brunet, 1990).
- Les concepts de **localisation** (la position absolue exprimée par les coordonnées géographiques ou l'altitude et la position relative correspondant à la distance par rapport à des points, des lignes, des frontières…), de **distance** (exprimée de diverses manières en km, en temps…), de **distributions,** de **spécialisations,** de **ségrégations** et de **différenciations.**
- Le concept d'**échelle** constitue également un concept clé en géographie. Cette notion complexe (cartes à grande échelle pour une portion territoriale réduite et à petite échelle pour de vastes territoires) accorde une importance au passage du méso-espace au macro-espace (modification d'échelle pour traiter un problème et développer un raisonnement).
- Le concept de **dynamiques spatiales** où le territoire évolue sans cesse et où le facteur temps a son importance (processus d'urbanisation, périurbanisation, industrialisation…). Les changements sont liés aux actions des hommes, du territoire sur les groupes…

Les **modèles spatiaux** sont définis comme des « construits scientifiques » traduisant les réalités spatiales. Le modèle de Durand-Dastès (1992) a été présenté. Il décrit ainsi une série d'étapes (observations, réflexions analogiques…) visant à favoriser l'apprentissage chez les apprenants et à développer leur autonomie, comme précisé précédemment. Les grands modèles en géographie sont classés selon deux critères : leur forme ou contenu (langages utilisés, côté statique, aspect déterministe, aspect agrégé…) et leur objet (forme de relief via des blocs diagrammes, modèle de la relation centre-périphérie, graphes topologiques…)

Au niveau des pratiques de classe, les concepts (présentés ci-avant) constituent des instruments d'investigation facilitant le travail des élèves et permettant de développer leur acquis. Les modèles servent de référentiels avec lesquels les élèves peuvent confronter leurs

observations, se poser des questions… Il est également possible de travailler à partir d'un dossier de documents (cartes, graphiques, tableaux, textes, photos…). Deux démarches sont plus couramment proposées aux élèves : la schématisation des informations et la mise en relation des informations.
Certaines difficultés peuvent être rencontrées dans les classes. En effet, peu de modèles peuvent être utilisés dans l'enseignement et beaucoup de concepts sont peu connus des enseignants du fait qu'ils ne disposent pas d'une formation géographique. Les enseignants se trouvent démunis face à un manque de ressources (peu de dossiers pertinents) impliquant un important travail de préparation des enseignants et les quelques informations des programmes sur la façon d'organiser un apprentissage progressif des concepts. Souvent, les travaux réalisés en classe ne sont pas suffisamment conséquents pour évaluer une tâche liée à ces pratiques. En outre, les sujets qui ont du sens pour les apprenants sont souvent complexes…

6. N. Duroisin : « Quand on n'évalue pas ce que l'on veut évaluer, qu'évalue-t-on réellement? Evolution des stratégies et mécanismes cognitifs impliqués dans l'évaluation de compétences complexes relatives à l'espace »

La recherche fondamentale porte sur la cognition spatiale, c'est-à-dire qu'elle s'interroge sur la façon dont les individus appréhendent un espace. Celle-ci est liée à l'étude présentée par Sabine Soetewey (présentation n°2). Toutes deux se basent sur l'analyse d'évaluations externes (EENC, PISA…) mais aussi sur le contenu des programmes. Ces référentiels présentent différents points sur la façon d'aborder l'espace avec les enfants. On y retrouve des énoncés tels que « définir et parcourir un itinéraire simple… » L'espace n'est pas inné, comme il a été précisé précédemment par l'ensemble des chercheurs, et il doit donc faire l'objet d'un apprentissage et ce, le plus tôt possible. La recherche porte ici un intérêt aux mécanismes cognitifs impliqués dans la réalisation de tâches spatiales par les apprenants (s'orienter, se repérer, reproduire un chemin…). Le contexte, l'âge des apprenants, le type d'activités vont influer sur la façon dont chacun appréhende un espace. Divers auteurs se sont penchés sur le sujet et ont développé des théories telles que la taxonomie des connaissances spatiales (connaissances des points de repères, connaissances des itinéraires et des routes, connaissances de la configuration globale) ou la théorie des îlots coordonnés (en partant de points de repères, prendre connaissance de la ville morceau par morceau – pas de configuration globale des lieux).

Les expériences développées dans le cadre de la recherche se basent sur la connaissance des itinéraires. Les auteurs s'accordent sur différents termes tels que « points de décision » (identification d'un carrefour), « points d'inflexion » (rue avec un tournant)… A partir du cadre théorique, la chercheuse s'est interrogée sur l'influence que pourrait avoir la structuration de l'environnement sur les performances spatiales des individus. Pour ce faire, des environnements virtuels ont été élaborés. Plusieurs études ont été menées avec l'utilisation d'un matériel différent. De ce fait, les connaissances spatiales ont été analysées de différentes façons ce qui a induit des divergences au niveau des résultats (pouvant même être contradictoires) et ce, malgré le fait que la plupart des études sur la cognition spatiale utilise majoritairement des environnements de type régulier. Récemment, des chercheurs en neurosciences ont prouvé qu'à partir d'environnements réguliers, les individus ont recours à deux stratégies : les enfants se basent sur des stratégies spatiales (l'attention est portée sur les points de repères de l'environnement) tandis que les adolescents et les jeunes adultes se centrent sur des stratégies de comptage (ex : première à gauche, deuxième à droite…). L'intérêt s'est ainsi porté sur les processus mis en œuvre par les sujets (échantillon : 113 enfants âgés de 6 à 15 ans) dans l'exercice de tâches spatiales et sur l'impact de différentes structurations spatiales de l'environnement.

Différentes hypothèses ont été formulées :

1. L'utilisation d'environnements virtuels favorise des stratégies de comptage au détriment des stratégies de repérage tandis que l'utilisation d'environnements irréguliers favorise des stratégies de repérage au détriment des stratégies de comptage.
2. Plus le parcours augmente en longueur, plus les performances diminuent (cause : surcharge cognitive).
3. Si le nombre de points d'inflexion augmente alors les performances diminuent.
4. Le changement de stratégies se produit au cours de l'enfance (entre 6 et 12 ans)
5. Il existe une stratégie mixte alliant le comptage et le repérage.

Pour répondre aux hypothèses, différents environnements virtuels ont été créés à partir CityEngine 2010.3 où a été intégré un moteur de jeu. Ceux-ci ont été présentés avec les différentes caractéristiques étudiées : les paramètres qualitatifs (ex : coloration des bâtiments), les paramètres quantitatifs (ex : % de bâtiments remarquables variés).

La première expérience menée s'est réalisée, dans un environnement de type américain, sous forme de jeu où le sujet devait reproduire à l'identique plusieurs parcours vécus (avec un nombre de points d'inflexion et de décision différent, d'où des parcours de difficultés différentes) à partir de balises avec une contrainte, certaines balises avaient disparu. En fin d'expérimentation, un entretien cognitif a été réalisé avec chaque participant afin de les interroger sur les stratégies utilisées dans les tâches. L'activité de la deuxième expérimentation s'est déroulée dans deux environnements de type américain, mais cette fois-ci l'un des deux est basé sur un modèle de type européen. La tâche à réaliser était semblable à la première (description des parcours avec la mise en évidence des parcours effectués dans les deux environnements afin d'avoir un point de comparaison). A nouveau, des entretiens cognitifs ont été réalisés, mais cette fois-ci juste après chaque parcours effectué dans l'environnement.

Quelques résultats ont été présentés en fonction des caractéristiques, des parcours… Les performances des sujets sont différentes. Quel que soit le parcours demandé, les résultats restent assez faibles globalement, ils diffèrent en fonction de la longueur du parcours, les performances dépendent des âges, les parcours sont moins réussis quand les enfants doivent naviguer dans des itinéraires avec plus de quatre points d'inflexion… Les stratégies mises en œuvre sont également différentes : élaboration de cartes mentales, stratégies mixtes, besoin de retourner dans le kinesthésique (pour les plus jeunes), utilisation de stratégies de comptage…
Au niveau de l'usage des stratégies préférentielles (stratégies de repérage, de comptage, mixtes), les enfants de 8-9 ans privilégient celles de repérage, les 12-14 ans usent des stratégies de comptage et les 10-11 ans sont à la limite entre les deux. Ces derniers développent des stratégies mixtes. Il a été remarqué que pour les parcours de même longueur, avec un nombre plus important de points d'inflexion, les performances sont meilleures pour les 8-9 ans et les 10-11 ans que pour les 12-13 ans. Cela s'explique par le fait que la capacité mémorielle est dépassée par le nombre d'informations contenues dans l'environnement, donc les plus jeunes (regardant la couleur des bâtiments) réussissent mieux l'exercice que les plus âgés. Pour l'expérimentation deux (échantillon : 6 enfants âgés de 10-12 ans), les stratégies de comptage sont plus utilisées dans l'environnement américain que pour celui de type européen. Dans la ville européenne, les enfants développent des stratégies spatiales basées sur l'utilisation de points de repères au détriment des stratégies de comptage. Quand les parcours se complexifient, les enfants usent davantage de stratégies mixtes.

Un retour sur les hypothèses a ensuite été effectué : la première a été confirmée (pour évaluer les compétences spatiales, il serait préférable d'utiliser des environnements irréguliers), la deuxième est infirmée (le nombre de points d'inflexion introduit davantage de différences des performances), la troisième et la cinquième sont confirmées ainsi que la quatrième mais celle-ci est davantage précisée (le changement de stratégies a ainsi lieu vers 10 -11 ans).

Beaucoup de chercheurs en cognition spatiale utilisent des environnements réguliers pour évaluer des compétences spatiales, mais un regard critique est nécessaire en référence aux résultats observés à travers cette recherche. En effet, les résultats montrent qu'il est préférable d'utiliser des environnements irréguliers pour développer de telles compétences. Au niveau de l'enseignement, en fonction des objectifs visés par l'enseignant, il est nécessaire de s'interroger sur le type d'environnements à proposer aux élèves.

Enfin, la perspective poursuivie est de tester le réalisme du bâtiment (les élèves pensent qu'il serait plus facile de réaliser les exercices avec une vraie ville plutôt qu'avec une allée de bâtiments) et de tester l'expérimentation dans un environnement d'un autre continent.